

单元素养测评卷(一)

第一章

(时间:120 分钟 分值:150 分)

一、选择题:本题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 下列向量中,与向量 $\mathbf{a}=(2,-3,1)$ 平行的是 ()

- A. $(1,1,1)$ B. $(-2,3,1)$
C. $(-\frac{2}{3},1,-\frac{1}{3})$ D. $(-2,-1,1)$

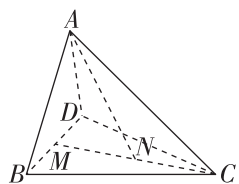
2. 如图,以长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为原点, DA,DC,DD_1 所在直线分别为 x,y,z 轴,建立空间直角坐标系,若 $\overrightarrow{DB_1}$ 的坐标为 $(4,3,2)$,则 C_1 的坐标是 ()

- A. $(0,3,2)$ B. $(0,4,2)$
C. $(4,0,2)$ D. $(2,3,4)$

3. [2025·朝阳期末] 已知 $\mathbf{u}=(-2,0,k)$ 是直线 l 的方向向量, $\mathbf{m}=(1,0,2)$ 是平面 α 的法向量,若 $l \perp \alpha$,则实数 $k=$ ()

- A. -4 B. -1
C. 1 D. 4

4. [2026·北京清华附中测试] 如图,在四面体 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a},\overrightarrow{AC}=\mathbf{b},\overrightarrow{AD}=\mathbf{c}$, M 为 BD 的中点, N 为 CM 的中点,则 $\overrightarrow{AN}=$ ()



- A. $\frac{1}{4}\mathbf{a}+\frac{1}{4}\mathbf{b}+\frac{1}{4}\mathbf{c}$ B. $\frac{1}{4}\mathbf{a}+\frac{1}{4}\mathbf{b}+\frac{1}{2}\mathbf{c}$
C. $\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}+\frac{1}{2}\mathbf{c}$ D. $\frac{1}{4}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}+\frac{1}{4}\mathbf{c}$

5. [2025·通州期中] 已知直线 l 的一个方向向量与平面 α 的一个法向量分别为 $\mathbf{a}=(1,0,-1),\mathbf{u}=(2,-3,2)$,则 ()

- A. $l \parallel \alpha$ B. $l \perp \alpha$
C. $l \parallel \alpha$ 或 $l \subset \alpha$ D. l, α 相交但不垂直

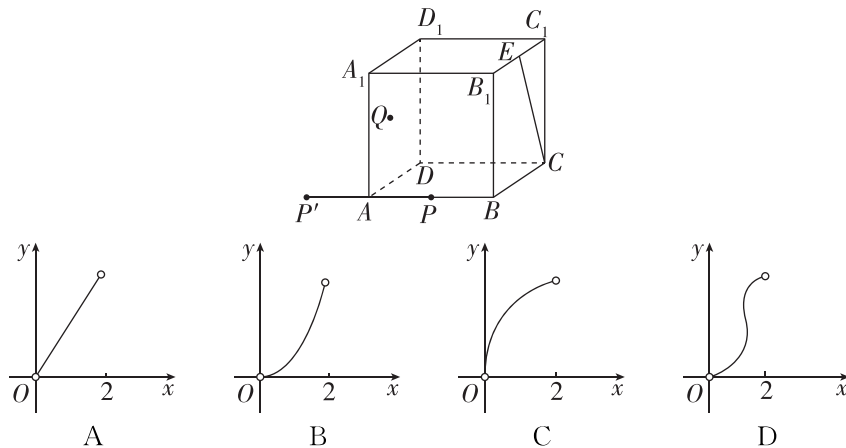
6. [2025·通州期中] 一个法向量为 $\mathbf{n}=(1,0,1)$ 的平面 α 内有一点 $A(-1,1,0)$,则平面 α 外的点 $P(1,1,0)$ 到平面 α 的距离为 ()

- A. 1 B. 2
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{2}$

7. [2024·朝阳期末] 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E,F 分别为 CD 和 A_1B_1 的中点,则异面直线 AF 与 D_1E 所成角的余弦值是 ()

- A. 0 B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

8. [2026·北京清华附中测试] 如图,在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 B_1C_1 的中点,点 P 在棱 AB 上运动(不与 A,B 重合),点 Q 在平面 ADD_1A_1 内, $BQ \perp$ 平面 PEC ,延长 BA 至 P' ,使得 $PP'=2$,设 $BP=x(0 < x < 2),P'Q=y$,则 y 关于 x 的函数图象大致为 ()

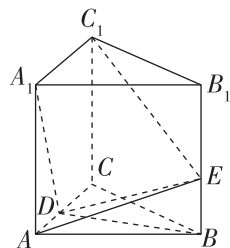


9. 下列关于空间向量的说法中错误的是 ()

- A. 若向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 与空间任意向量都不能构成空间的一个基底,则 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$
B. 若非零向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 满足 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}, \mathbf{b} \perp \mathbf{c}$,则有 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{c}$
C. 若 $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\}$ 是空间的一个基底,且 $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$,则 A, B, C, D 四点共面

D. 若向量 $\mathbf{a}+\mathbf{b}, \mathbf{b}+\mathbf{c}, \mathbf{c}+\mathbf{a}$ 可以构成空间的一个基底,则 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 也可以构成空间的一个基底

10. [2025·北京理工附中测试] 如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC \perp BC, AC=2, BC=1, AA_1=2$,点 D 在棱 AC 上,点 E 在棱 BB_1 上,则下列说法中不正确的是 ()



- A. 当 E 与 B 不重合时,三棱锥 $E-ABD$ 的体积的最大值为 $\frac{2}{3}$
B. 点 E 到平面 ACC_1A_1 的距离为 1
C. 点 D 到直线 C_1E 的距离的最小值为 $\frac{2}{5}\sqrt{5}$
D. A_1D+DB 的最小值为 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$

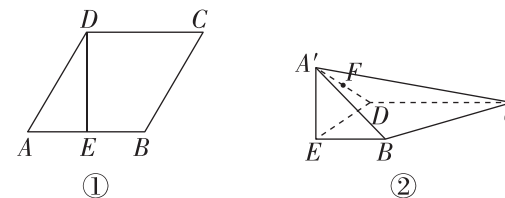
二、填空题:本题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分.

11. [2025·朝阳期末] 已知空间向量 $\mathbf{a}=(1,3,-2),\mathbf{b}=(2,0,2)$,则 $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=$ _____.

12. [2026·北京人大附中测试] 已知 $\overrightarrow{AB}=(2,-1,3),\overrightarrow{AC}=(-1,1,-2),\overrightarrow{AD}=(2,-1,\lambda)$,若 A,B,C,D 四点共面,则实数 $\lambda=$ _____.

13. [2026·北京清华附中测试] 若 $\mathbf{a}=(1,0,1),\mathbf{b}=(0,2,2)$,则 $\cos\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle =$ _____; $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影向量的模为 _____.

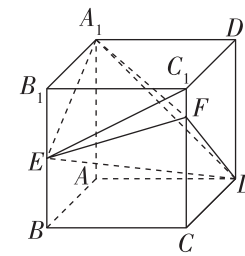
14. [2025·北京第十二中学测试] 如图①,菱形 $ABCD$ 的边长为 4, $\angle DAB=60^\circ$, E 为 AB 的中点.将 $\triangle ADE$ 沿直线 DE 翻折至 $\triangle A'DE$ 处,如图②,若四棱锥 $A'-EBCD$ 的体积为 $4\sqrt{3}$,点 F 为 $A'D$ 的中点,则 F 到直线 BC 的距离为 _____.



15. [2024·西城期末] 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2,E$ 为棱 BB_1 的中点, F 为棱 CC_1 (含端点)上的一个动点.给出下列四个结论:

- ①存在符合条件的点 F ,使得 $B_1F \parallel$ 平面 A_1ED ;
②不存在符合条件的点 F ,使得 $BF \perp DE$;
③异面直线 A_1D 与 EC_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$;
④三棱锥 $F-A_1DE$ 的体积的取值范围是 $[\frac{2}{3}, 2]$.

其中所有正确结论的序号是 _____.

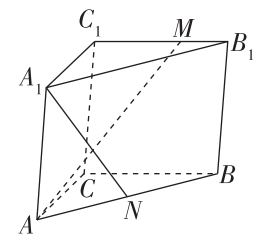


三、解答题:本题共 6 小题,共 85 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

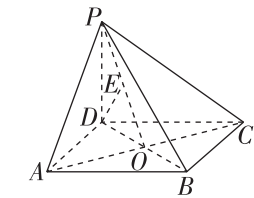
16. (13 分)[2026·北京八一学校测试] 已知空间三点 $A(0,2,3),B(-2,1,6),C(1,1,4)$.

- (1)求线段 AB 中点的坐标和线段 AB 的长度;
(2)求直线 AB 和直线 AC 夹角的余弦值;
(3)若点 P 在直线 AC 上,且 $BP \perp AC$,求点 P 的坐标.

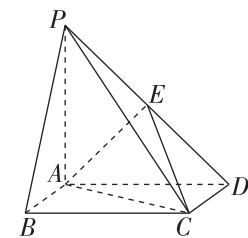
17. (14 分)[2025·丰台期中] 如图所示,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,
 $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{CC_1}=\boldsymbol{c},CA=CB=CC_1=2,\angle ACB=\angle ACC_1=\frac{2\pi}{3},\angle BCC_1=\frac{\pi}{2}$,点 N 是棱 AB 的中点,点 M 在棱 C_1B_1 上,且 $C_1M=2MB_1$.
- (1)用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{AM}$;
 (2)求 $|\overrightarrow{AM}|$;
 (3)求证: $AM\perp A_1N$.



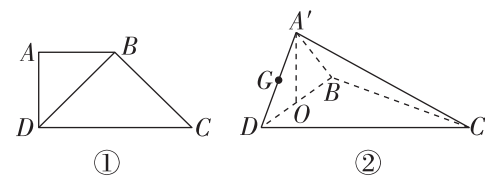
18. (14 分)[2025·平谷期末] 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为正方形, $AC\cap BD=O,PD\perp$ 平面 $ABCD,PD=2\sqrt{2},AB=4$,点 E 为线段 PO 的中点.
- (1)求证: $DE\perp$ 平面 PAC ;
 (2)求平面 PAC 与平面 PBC 夹角的大小.



19. (14 分)[2025·房山期末] 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$,底面 $ABCD$ 为矩形, E 为棱 PD 的中点, $AB=1,PA=AD=2$.
- (1)求证: $PB\parallel$ 平面 ACE .
 (2)从条件①、条件②这两个条件中任选一个作为已知,
 求:(i)点 P 到平面 ACE 的距离;
 (ii)直线 AP 与平面 ACE 所成角的正弦值.
- 条件①: $PB\perp AD$;条件②: $AE=\sqrt{2}$.
- 注:如果选择条件①和条件②分别解答,按第一个解答计分.



20. (15 分)[2026·北京人大附中测试] 如图①,在直角梯形 $ABCD$ 中,
 $AB\parallel CD,AB=AD=\frac{1}{2}DC=1$,将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折至 $\triangle A'BD$,使
 平面 $A'BD\perp$ 平面 BCD ,得到三棱锥 $A'-BCD$,如图②,记 BD 的中点
 为 O .
- (1)求证: $A'O\perp$ 平面 BCD .
 (2)若 $A'D$ 的中点为 G ,在棱 $A'C$ 上是否存在点 H ,使得平面 GHB
 与平面 BCD 夹角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{14}}{14}$? 若存在,求出 $\frac{A'H}{A'C}$ 的值;若不存
 在,请说明理由.



21. (15 分)[2026·北京理工附中测试] 对于空间向量 $\boldsymbol{m}=(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c})$,定
 义 $||\boldsymbol{m}||=\max\{|\boldsymbol{a}|,|\boldsymbol{b}|,|\boldsymbol{c}|\}$,其中 $\max\{x,y,z\}$ 表示 x,y,z 这三
 个数的最大值.
- (1)已知 $\boldsymbol{a}=(6,\frac{11}{2},1),\boldsymbol{b}=(x,\frac{1}{2}x,-x)$.
- ①写出 $||\boldsymbol{a}||,||\boldsymbol{b}||$ (用含 x 的式子表示);
 ②当 $0\leq x\leq 4$ 时,写出 $||\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}||$ 的最小值及此时 x 的值.
- (2)设 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1,z_1),\boldsymbol{b}=(x_2,y_2,z_2)$,求证: $||\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}||\leq ||\boldsymbol{a}||+||\boldsymbol{b}||$.
- (3)在空间直角坐标系中, $A(2,0,0),B(0,4,0),C(0,0,6)$,点 P 是以
 坐标原点 O 为球心,1 为半径的球面上的动点,点 Q 是 $\triangle ABC$ 内部的
 动点,求 $||\overrightarrow{PQ}||$ 的最小值及相应的点 P 的坐标.